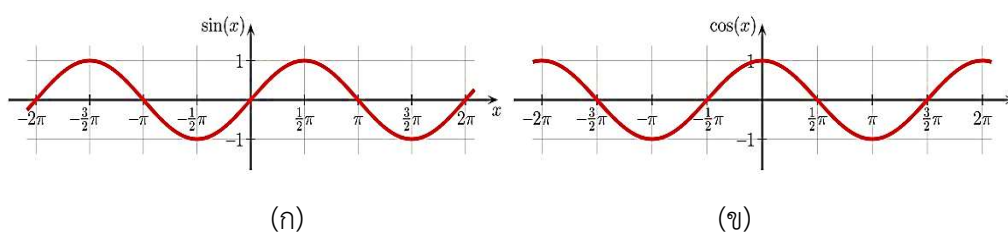


Learning on Demand: อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ชื่อ-สกุล		รหัสนักศึกษา	
สาขาวิชา		กำหนดส่งงาน	

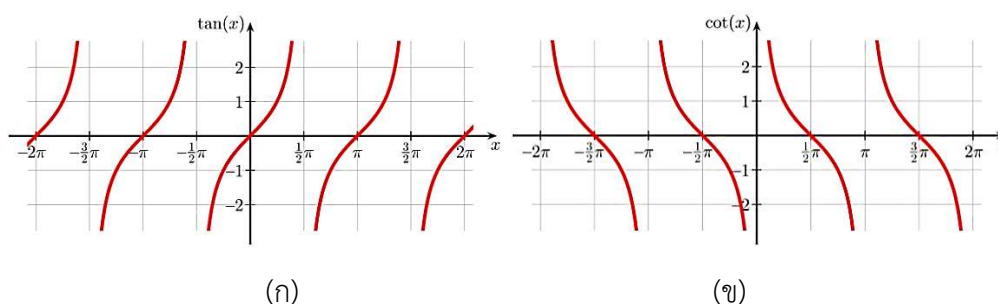
ฟังก์ชันตรีโกณมิติ (trigonometric functions) ประกอบด้วย 6 ฟังก์ชัน ดังนี้

1. ฟังก์ชันไซน์ (sine function) ; $y = \sin(x)$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ และ $y \in [-1, 1]$ ซึ่งกราฟแสดงดังรูปที่ 4.3 (ก)
2. ฟังก์ชันโคไซน์ (cosine function) ; $y = \cos(x)$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ และ $y \in [-1, 1]$ ซึ่งกราฟแสดงดังรูปที่ 4.3 (ข)



รูปที่ 4.3 กราฟของ (ก) ฟังก์ชันไซน์ และ (ข) ฟังก์ชันโคไซน์

3. ฟังก์ชันแทนเจนต์ (tangent function) ; $y = \tan(x)$ เมื่อ $x \in \mathbb{R} - \left\{ x \mid x = n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ และ $y \in \mathbb{R}$ ซึ่งกราฟแสดงดังรูปที่ 4.4 (ก)
4. ฟังก์ชันโคแทนเจนต์ (cotangent function) ; $y = \cot(x)$ เมื่อ $x \in \mathbb{R} - \{ x \mid x = n\pi, n \in \mathbb{Z} \}$ และ $y \in \mathbb{R}$ ซึ่งกราฟแสดงดังรูปที่ 4.4 (ข)

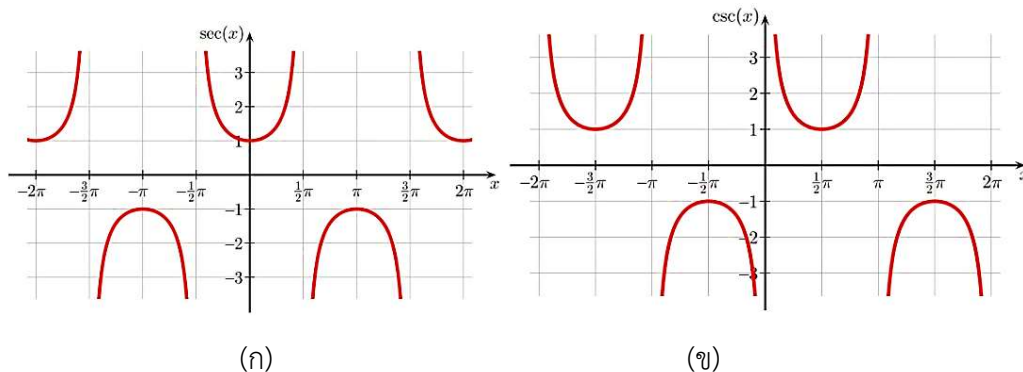


รูปที่ 4.4 กราฟของ (ก) ฟังก์ชันแทนเจนต์ และ (ข) ฟังก์ชันโคแทนเจนต์

5. ฟังก์ชันเซแคนต์ (secant function) ; $y = \sec(x)$ เมื่อ $x \in \mathbb{R} - \left\{ x \mid x = n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ และ $y \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ ซึ่งกราฟแสดงดังรูปที่ 4.5 (ก)

6. ฟังก์ชันโคเซแคนต์ (cosecant function) ; $y = \csc(x)$ เมื่อ
 $x \in \mathbb{R} - \{x \mid x = n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$ และ $y \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

ซึ่งกราฟแสดงดังรูปที่ 4.4 (ข)



รูปที่ 4.5 กราฟของ (ก) ฟังก์ชันเซแคนต์ และ (ข) ฟังก์ชันโคเซแคนต์

อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ทฤษฎีบท 4.3 ให้ u เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ที่ x

- | | |
|---|---|
| 1. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$ | 4. $\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cdot \cot u \frac{du}{dx}$ |
| 2. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$ | 5. $\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \cdot \tan u \frac{du}{dx}$ |
| 3. $\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$ | 6. $\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$ |

$$1. \frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้
วิธีทำ

$$2. \frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้
วิธีทำ

$$3. \frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้
วิธีทำ

$$4. \frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้
วิธีทำ

$$5. \frac{d}{dx} \sec u = \sec u \cdot \tan u \frac{du}{dx}$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

วิธีทำ

$$6. \frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cdot \cot u \frac{du}{dx}$$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

วิธีทำ

ตัวอย่างที่ 7 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x \sin x$

วิธีทำ

ตัวอย่างที่ 8 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{\cos(x^2)}{x^2}$

วิธีทำ

ตัวอย่างที่ 9 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \sec(x^2) - \cot(2x)$

วิธีทำ

ตัวอย่างที่ 10 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \sqrt{\tan x}$

วิธีทำ

ตัวอย่างที่ 12 จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \sin^2(e^x)$
วิธีทำ

คำถามท้ายคลิป

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{\sin(2x + 1)}{\tan(1 - 3x)}$

วิธีทำ

2. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \cos(e^x) \sec(\sqrt{x})$

วิธีทำ

3. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \cot(3x^2) + \csc(2x^3)$

วิธีทำ